

ДОСЛІДЖЕННЯ СЦЕНАРІЇВ ВИНИКНЕННЯ ХАОТИЧНИХ ЗМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ У НЕЛІНІЙНІЙ СИСТЕМІ

Бєломитцев А.С., Дружинін Є.І.

Національний технічний університет

”Харківський політехнічний інститут”, м. Харків

Однією з основних властивостей нелінійних систем є можливість існування хаотичних змушених коливань у цілком детермінованій системі.

Розглянемо систему, рух якої описує диференціальне рівняння

$$\dot{y} = \varphi(t, y), \quad (1)$$

де y - $2n$ -мірний вектор стану, φ - $2n$ -мірна вектор-функція,

T_1 -періодична по явно вхідному часу t : $\varphi(t, y) = \varphi(t + T_1, y)$.

Змушені коливання такої системи можуть бути періодичними, майже періодичними та хаотичними. Зміна структури рухів в залежності від деякого параметру відбувається в першу чергу внаслідок біфуркацій періодичних рухів системи.

Визначення періодичного розв'язку рівняння (1) може бути зведено до розв'язання неявно заданого рівняння:

$$y_T(y_0) - y_0 = 0, \quad (2)$$

де $y_0 = y(0)$, $y_T = y(T)$ - вектори стану системи в моменти часу $t = 0$ і $t = T$, $T = rT_1$.

Одним з найбільш ефективних методів розв'язання рівняння (2) є ітераційний процес методу Ньютона. Він дозволяє також обчислювати мультиплікатори λ_i рівняння у варіаціях, які використовуються для оцінки стійкості і аналізу біфуркацій періодичних коливань. Втрата стійкості періодичного розв'язку рівняння (1) пов'язана з виходом одного або пари мультиплікаторів з круга одиничного радіусу. Цей вихід може здійснюватися трьома способами: 1) з'являється дійсний мультиплікатор $\lambda_i < -1$; 2) з'являється дійсний мультиплікатор $\lambda_i > 1$; 3) з'являється пара комплексно-спряжених мультиплікаторів $|\lambda_i| = |\lambda_{i+1}| > 1$. У першому випадку відбувається біфуркація подвоєння періоду стійкого розв'язку. Послідовність таких біфуркацій, що супроводжується зменшенням у геометричній прогресії інтервалів існування розв'язків подвоєного періоду, – це один зі сценаріїв виникнення хаотичних коливань. Третя біфуркація призводить до народження майже періодичних коливань, яким у фазовому просторі відповідає інваріантний тор. Біфуркації майже періодичних коливань, що супроводжуються руйнуванням інваріантного тору, – це другий сценарій виникнення хаотичних коливань.